Exercice 17 :

Soit dans l'ensemble **C** des nombres complexes :

(E) : $2z^2 + (\sqrt{3} - 3i)z - 4 = 0$

1°/ Résoudre dans **C** l'équation (E).

2°/ On note z_1 et z_2 les deux solutions (z_1 étant la racine de module 1).

a) Mettre z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

b) On considère dans le plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$ les deux points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2.

Donner une construction géométriques des points M_1 et M_2.

Exercice 18 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{i}, \vec{j})$. Soit ω un nombre complexe d'argument θ tel que $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et de partie imaginaire $tg\theta$.

1°/a) Ecrire la forme trigonométrique de ω.

b) En déduire la forme algébrique de ω.

2°/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$2z^2 - (1 + i\sqrt{3})z - 1 + i\sqrt{3} = 0$

On appelle z_1 la solution réelle; z_2 l'autre solution.

3°/ On considère les points A, B et C d'affixes respectives : z_1 ; z_2 et ω.

a) Déterminer θ pour que $CA = CB$.

b) Montrer que dans ce cas le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 19 :

Soit a un paramètre complexe non nul.

1°/ Résoudre dans **C** l'équation à inconnu z :

$z^2 - a(1+i)z + ia^2 = 0$ On note z_1 et z_2 les deux solutions.

2°/ On pose $a = \rho e^{i\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbf{R}$.

a) Mettre les solutions z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

b) Prouver que $z_1^{2n} + z_2^{2n} = a^{2n}(1 + (-1)^n)$